

SEMINARIUM UKŁADY DYNAMICZNE

Tytuł: **Związek entropii topologicznej z wymiarem Hausdorffa**
Referent: **Mgadlaena Kiełek**
Data: **5 XI 2010**

Przedstawię definicję wymiaru Hausdorffa oraz 3 warianty definicji entropii topologicznej (pierwsza -Adler, Konheim i McAndrew, druga i trzecia podana przez Bowena). Zreferuję wyniki otrzymane w pracy Michała Misurewicza "On Bowen's definition of topological entropy" [DISCRETE AND CONTINUOUS DYNAMICAL SYSTEMS; Volume 10, Number 3, April 2004]:

Niech (X, d) będzie przestrzenią metryczną, zwartą. Niech $f: X \rightarrow X$ będzie funkcją Lipschitza ze stałą Lipschitza L .

Twierdzenie 1

Jeżeli stała Lipschitza funkcji f jest mniejsza lub równa 1 to entropia topologiczna tego odwzorowania jest równa zero.

Twierdzenie 2

Jeżeli stała Lipschitza funkcji f jest większa od 1, to dla każdego Y podzbioru X wymiar Hausdorffa $D_H(Y)$ zbioru Y oraz entropia topologiczna $h(f, Y)$ odwzorowania f na zbiorze Y spełniają następującą nierówność:

$$h(f, Y) \leq D_H(Y) \cdot \log L$$

Twierdzenie 3

Entropia topologiczna $h(f, X)$ odwzorowania f na całej przestrzeni X (w sensie definicji Bowena) jest równa entropii topologicznej $h(f)$ odwzorowania f (w sensie definicji Adlera, Konheima i McAndrew).

Wnioski

Entropia topologiczna $h(f)$ odwzorowania f ograniczona jest przez iloczyn wymiaru Hausdorffa przestrzeni X oraz zlogarytmowanej stałej Lipschitza funkcji f :

$$h(f) \leq D_H(X) \cdot \log L$$